

12) 16 corner

32 edge

8 faces

$\Rightarrow$  face !!

$$26. \begin{cases} c + 3d = 14 \\ 2c + d = 8 \end{cases}$$

$$27. \gamma = 0$$

28) b

29) a)

(2).  $U = V = W = (1, 0)$ , for example

30. is not

$$31. c = \frac{3}{4}$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{4}$$

w/

7  
28 (1).

(2).

29.

30

31

32. 13

14

Extra

1. 2.  $\sum \geq 0$  (柯西) 至 ~~多~~ 也

$$0 \leq \frac{1}{6} (x+y+z) \left[ \sum_{cyc} (x-y)^2 \right] = \frac{1}{3} (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$$

2.1.19. 转置, 向量

W2

2.1.22 错了.

2.1.35 我没看懂题也没批

2.3.20. "~~are not~~ 右读"

右读是 There exists cases where —————  
题目本身有问题.

2.5.44 讲 ← 全军覆没.

2.6.24 讲

2.7.36 莫名其妙地定义 (东西南北... 我已晕)

2.7.37 说明循环可以是多少, 最大多少

---

Latex:

① 行间公式

② 标点.

3.1.7 单写 distribution law 算作错误, 因为有两个 distribution law

W3

3.1.10 建议举个例证明自己会了(没举例没算做错, 这次)

Done-Right 1.B.5. 双向证明  
1.B.6 ~~对不~~ ~~群~~ ( $\mathbb{R}^{\infty}, +$ ) 不是群(★)

3.1.30 Explain (好多人没看见)

General 子空间请明确指代! (否则 -0.5) (←主要是 3.1.18)

3.1.23. Why is it ... (同样好多人没看见)

3.1.31  $S = C(A) = \text{column-space of } A$   
But  $S \neq A$  !!!

---

Latex.

span 变五数学体

定义 new command

如果没有大问题, 可以手写了

---

没问的基本都对, 建议问同学

109.  $\frac{\pi}{e} \in \mathbb{Q}$  仍 open.

W5

集合  $A \setminus B$   
 $\triangle$

验证!!! 先有答案谁知道是不是对的.

$$\{a\} = \{b\} \iff a = b$$

Gilbert ... 批得太早, 不批了. (差不多就勾了)

总是利用铅笔

2A7

2B1

2A7, 找到基需验证, ~~但是~~ 可以被基表示

$$\forall v \in V$$

补充:

法学知识:

1. 量刑适当

2. 越难追查惩罚越高

3. 表达自由 & 知识产权

$$2c9 \quad \cancel{v_i} \{v_i - v_i\}$$

W6

2c3

Git 3.3T2 (c). find one. 所以我到就算对了

Git 3.4T3 (c)

$$2c7: \quad \pi(x - x_i)$$

3A9. 对  $\mathbb{R}$  证明 (习题课)

w7

3B5  $T^2 = 0$ .

北大 T2. 欲证  $A_{n \times n}^n = 0$ .

$$\sum (k_i A^i) x = 0$$

$$\Rightarrow \sum (k_i A^{i+k}) x = 0. \quad \text{每次一项 } A^{i+k} \text{ 作零}$$

3A8.  ~~$(x, y) \mapsto \sqrt{x^2 + y^2}$~~   $(x, y) \mapsto \sqrt{x^2 + y^2} \quad (x)$

$$(x, y) \mapsto \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} \quad (\checkmark) \quad (\text{补充定义 } (0,0) \mapsto 0)$$

3B15.  $\dim \text{range } T \leq 2$ .

北大 T2. Case 3,  $r(A) = 1$ .

不妨设  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} (a, b)$ .  $(x)$ .

北大 T8. 否 -  $a=0$  或  $d=0$ ?

3A1. 须验证  $b=c=0$  是一个解.

(现在只需: 显然,  $b=c=0$  时  $T = (\text{some matrix})$  是线性映射)

3A14.  $S, T$  是线性变换!

3A13. What if  $\dim W \leq m$ ? 很多人没证啊.

\* 写法:  ~~$L$~~   ~~$L$~~   ~~$f$~~   
不献丑了.

\* 当使用字母时,  $S^*$  (X) ← 在手 S 的对偶  
 $S_1$  (V)  
 $S'$  (V)

Gilbert 4.2.31  $p-b \perp a_i$

33 讲

3.2 35  $|A^n| \rightarrow +\infty \Rightarrow$  entry in A divergent 沿到要点  
4.2 34 (借题) 只需证  $\text{rank}(AB) = r$  就算对  
↑  
rank  
但商空间可以用

Done Right 3B, 29.  $V$  可能是无限维, ( $\forall \dim V$  有限  $\Rightarrow \dim V = \dim \text{Ker } T + \dim \text{Im } T$ ).

至少证明过程无需用到  $V$  有限维.

3B, 26.  $D$  不是求导!!

3B, 27 请用 26 结论

28 Prove  $\varphi_i$  well-defined

3B, 30. 用  $\varphi_1 = S \varphi_2$ ,  $S \in \mathcal{L}(\mathbb{F}, \mathbb{F}) \stackrel{=}{=} \mathbb{F}$  完成 (☆)

3B 16 希望证一遍原定理

20. 须将  $\text{Im } T \rightarrow V$  的映射  $S$  扩张到  $W \rightarrow V$  上.

忘错位置了

符号:  $\text{ker}/\text{null}/\mathcal{N}(-)$ : 凭个人喜好即可, 考试均可用.

逻辑: 欲证  $A \Leftrightarrow B$ .  
证: Step 1:  $A \Rightarrow B$ .  
Step 2:  $\rightarrow B \Rightarrow \rightarrow A$   
(X)



# 北大补充

1.  $n=1$

w9-w10

3. 可用 2 结论

4. 递推方程  $a_{n+1} = A a_n + B a_{n-1}$  求解

6. (-开始方程对我算对;  
之后放弃此题)

Done Right:

0 可以是特征值!

多个特征值 & 特征向量时, 请对左书写.

想聊聊的:

①. 抄袭的惩罚机制 (法律层面)

a) 被发现概率  $\times$  惩罚  $\geq$  抄袭所节省成本  
(很小) (不小).

Conclusion: 惩罚很高.

b) 上界是抄袭行为能转化的行为惩罚

eg. (盗窃  $\rightarrow$  抢劫) 的转化

②. 具体的抄袭弊端  $\rightarrow$  高估学生实力.

[-0.5] a) 作业更难  $\leftarrow$  给全班全对的题目显然浪费你成时间.

[-0.25] b) 习题课更难  $\leftarrow$  王学姐的对策是全讲, 但你们又觉得简单.

[-25, 25] c) 考试更难  $\leftarrow$  毕竟要区分度, ~~想~~ "适中" 难以把握.

d) 难以获得我和老师关注 (目标: [0, 25])

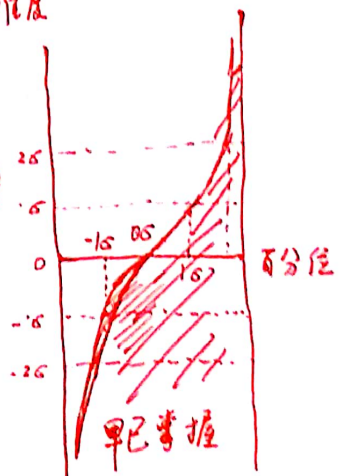
e) 获得知识更少

③ 解决方案:

不会的换一种笔或作引用. 之后思考 & 请教 "怎么想到的"  
(同时也避免了学术不端)

外, 线性代数框架

难度



~~-2.5 = 75%~~ ~~-1.5 =~~  $P(\geq -2.5) = 98\%$

-1.5 84%

0.5 50%

1.5 16%

2.5 2%

△.  $\mathbb{F}^\infty$  上,  $x = (x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)$

shl  $x = (x_1, x_2, \dots, x_{n+1}, \dots)$

shr  $x = (0, x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)$ .

碰到一个命题, 先对这两个函数验证一下.

通常互逆不对就是这种反例.

P.s. 反例很重要!

△. SA 10(b). 概要

考虑  ~~$x = \sum_{k \in S} a_k e_k$~~

$x = \sum_{i \in S} a_i e_i$ , 其中  $a_i \neq 0$ .

则  $T^0 x, T^1 x, \dots, T^{|S|-1} x$  线性无关 (Why?),

且  $\text{span}\{T^0 x, \dots, T^{|S|-1} x\} = \text{span}\{e_i \mid i \in S\}$ . (Why?)

故所有不变子空间为  $\left\{ \text{span}\left\{ \underset{\substack{\uparrow \\ e_i}}{e_i} \mid i \in S \right\} \mid S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \right\}$ . (Why?)

\*订正: 请将其补充完整

△.  $(a, b) = 1, (a, c) = 1 \Rightarrow (a, bc) = 1$ .

Proof.  $\exists x, y, u, v$  s.t.  $\begin{cases} ax + by = 1 \\ au + cv = 1 \end{cases}$

Then  $1 = ax + by(au + cv) = a(x + byu) + bc(yu)$ .

Therefore  $(a, bc) = 1$ . □

~~SA 6. 无限维空间基!~~

SA 6 批错了

5A 23.

①. ~~考虑  $Bv=0$ .~~

若条件  $BA(Bv) = \lambda Bv$ , 请考虑  $Bv=0$ . (有限维用在了哪里!)

②. 正解:  $|\lambda I - TS| = |\lambda I - ST|$ . ↑  
LR, RL.

5A 27, 28: 不变子空间的交仍为不变子空间. ; 不同  $\lambda_i$  为什么相同.

5A 34-36 (定义  
行列式 (有限维))

5B 3. (考试不考) 准确说, " $\lambda$  不是特征值, 则  $T - \lambda I$  有左逆" 不考.

~~$T+I$~~   $T$  无  $-1$  特征值

$\Rightarrow \exists A$  s.t.  $A(T+I) = I$ .

\* 但不一定  $(T+I)A = I$ .

取  $0 = A(T^2 - I) = T - I$ .

故  $T = I$

5A 32. 特征值不同  $\Rightarrow$  特征向量线性无关.

~~内积空间:  $\lambda_1 \langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle = \langle T\alpha_1, \alpha_2 \rangle$~~

证:  $T^k \alpha_i = \lambda_i^k \alpha_i$

由  $(\lambda_i^k)_{n \times n}$  可逆知  $\{\alpha_i\}$  线性无关

5B 4. ~~并非~~ 有限维时亦可对角化.

5B 20. 我觉得这里在证 " $A$  可三角化" 吧...

5B 9. 题求证  $m_T$  的零点一定是  $T$  的特征值. ( $F$  可能为  $\mathbb{R}$ ).

5B 12. 题  $\alpha$  是  $p(T)$  的特征值  $\Leftrightarrow \exists \lambda, \alpha = p(\lambda)$ . ( $F$  可能为  $\mathbb{R}$ ).

SC5 ~~证明~~ (讲)

W13

" $\Leftarrow$ " 方向, 可说明 两个多项式无重根.

北大 Chap 7. 补充题 8: (北大书没讨论无限维空间).

$$\dim \text{Ker}(A_i - A_j) < \dim V. \text{ 即可}$$

另.

$\Delta$  约当标准型  $P$  找法

↑

转移矩阵

$$\left( \begin{array}{ccc} \lambda & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda \end{array} \right)_{n \times n}^k = ? \quad (\text{不应该现在讲})$$

8D7. (友阵忘?)

8A15. (我再证一遍吧)

8B10 考虑 Jordan 标准型

8B7:  $\left\{ \begin{array}{l} (I+N)^a \text{ 的 Taylor 展开} \\ A = D \cdot (I+N) \text{ 的形式} \end{array} \right.$

8A 13: ① Jordan 形式

②  $\begin{cases} N^k = 0 \text{ nilpotent} \\ \text{~~N^k = 0~~ } N^k \text{ diagonalizable} \end{cases}$

4c \* Chap 5. 6.

$$x^T A x = p q = \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2 = r^2 - s^2. \quad (r, s \text{ 不同为 } 0)$$

补 3. 用 (补 2) 知,  $A = B - C$ ,  $B, C \equiv \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$   
 补 1. (i)

Gilbert 31.

① 提示

② 设  $A = P^T P$ .

$$\text{则 } |AB - \lambda I| = |P B P^T - \lambda I|$$